

Гиперметрическая регулярность в ритме смены гармонических функций на примерах из произведений И.С.Баха.

А.Э. Виноград

Общая цель статьи – разработка методов формального анализа музыкального текста с последующей возможностью применения этих методов в компьютерном анализе и синтезе. Под формальным анализом здесь понимается поиск внутренних закономерностей в структуре текста без привлечения стилистического контекста и человеческого фактора. Предполагается, что музыкальное произведение способно «объяснить» самое себя исключительно из собственного текста.

Несмотря на такую жесткую механистическую ориентацию, полагаем, что сами результаты, полученные нами с помощью описанных ниже методов, могут вызвать не только «компьютерный» интерес. Практически абстрагированные от «смыслового содержания музыки» (как бы мы ни понимали это словосочетание), не имеющие никакого отношения к замыслу композитора, эти результаты тем не менее обескураживают своей кажущейся спланированностью и во всяком случае не оставляют нам возможности объяснить их простым совпадением. Поскольку методы, о которых пойдет речь ниже, являются экспериментальными, мы не будем в данной статье переходить к широким обобщениям, а ограничимся в основном результатами, полученными с применением этих методов на некоторых произведениях И.С.Баха.

Абстрагирование от смысловой компоненты в процессе анализа вовсе не означает произвольного, оторванного от особенностей человеческого восприятия, выбора самих критериев анализа, в частности, методов редукции¹, необходимой и предшествующей любому анализу. Скажем, нам не придет в голову брать каждую седьмую ноту текста и смотреть, что же получится в результате, или подсчитывать количество нот в каждом мотиве, ожидая получить десятичное представление числа Пи или, того хуже, даты рождения и смерти композитора². Очевидно, что используемые методы должны отражать некие общие

1 Под редукцией понимается сокращение (редуцирование) текста путем рассмотрения его по какому-то одному или нескольким критериям (далее будут приведены примеры редукций музыкального текста)

2 Нечто подобное делал нумеролог Фридрих Сменд. См «Grove Music Online», статьи "Numbers in Music" и "Smend, Friedrich"

механизмы человеческого восприятия в целом и восприятия музыки в частности (в нашем случае по возможности не связанные с особенностями стиля, т.е. наиболее универсальные).

Одним из важнейших механизмов восприятия музыки является обнаружение/узнавание повторов³. Повторы могут происходить в самых различных качествах (ритм, мотив, тема, серия, гармоническая последовательность, характерный тембр и т.д.), а также в самых различных временных масштабах (от репетиции отдельной ноты до репризы в сонатной форме или реминесценции темы вступления к первой части симфонического цикла в конце его финала).

Не все повторы в музыкальном произведении могут быть восприняты на сознательном уровне. Из множества качественно различных повторов слушатель/исполнитель осознанно воспринимает лишь небольшую и самую простую их часть. Выборка зависит от опыта.

В ходе дальнейших рассуждений мы будем предполагать, что незамеченные, скрытые повторы тем не менее воздействуют на восприятие музыки. Здесь, как и в других средствах музыкального языка, нет четкой границы между абсолютно осознанным и абсолютно неосознаваемым. Более того, из экспериментальной психологии известно, что некоторые средства (не только музыкальные) воздействуют сильнее именно в неосознанном виде (например эффект 25-го кадра)

Важность повторов присуща и другим видам искусства, произведения которых раскрываются во времени. Спектр здесь также широк: от рифм и аллитераций⁴ в соседних строках стиха до смысловых аллюзий, простирающих гигантские арки через весь роман или фильм.

Отличительным и, на наш взгляд, важным свойством повторов в музыкальном произведении является ритм, образуемый этими повторами. Конечно, ритм присутствует и в других видах искусства, но в музыке он обладает качественной важностью благодаря ритмической соизмеримости всех масштабов музыкального времени, т.е. возможности количественно выразить любой музыкально-временной отрезок через более мелкие длительности.

Формообразующая роль повторов является общим местом музыкальной теории. Новым в данной работе будет:

3 См. о повторах, как важном виде симметрии в музыке у Larry Salomon «Symmetry as a Compositional Determinant» на сайте <http://solomonsmusic.net/diss.htm>

4 Аллитерация — литературный приём, состоящий в повторении одного или нескольких согласных звуков.

1. Описание новых методов/критериев нахождения самих повторов (функциональная редукция и др.)
2. Выявление пульсов, образуемых повторами по различным критериям в различных временных масштабах (скрытая полиметрия). В данном аспекте статья является продолжением статьи «[Насколько крупным может быть музыкальный метр?](#)» и в то же время расширением ее теоретической базы.

Прежде чем перейти к описанию новых методов редукции музыкального текста, необходимо дать наше понимание редукции как таковой и обсудить основные требования к выбору методов редукции в свете нашей общей задачи – формализации анализа.

Как уже говорилось, любому анализу предшествует редукция. Это относится и к формальным/математическим методам, и к чисто описательным методам. Анализ текста без редукции – это точное копирование самого текста. С помощью такой «нулевой» редукции мы, конечно, не рискуем ничего потерять, но и найти, узнать о тексте что-то новое из него самого тоже не сможем.

Приведем несколько известных, традиционных примеров музыкальной редукции:

- Нотный текст тонального произведения рассматривается как последовательность ступеней лада или интервальная последовательность
- Редукция голоса до звуковысотной линии, лишенной ритма
- Редукция голоса до ритмического рисунка
- Редукция голоса до мелодического контура, отображающего лишь направление движения
- Запись аккомпанемента в виде букв аккордов или цифрованного баса
- Схема проведений тем в фуге
- Отображение общей формы произведения в виде последовательности букв, где повторяющиеся буквы соответствуют повторяющимся элементам формы, например сложная трехчастная форма (a b a c d c a b a)
- Шенкеровская редукция⁵

и т.д.

Каждая из приведенных выше редукций порождает из исходного нотного текста произведения

⁵ Многоуровневый процесс сведения тонального произведения к общей «первоструктуре» (Ursatz). См. подробнее Ю. Холопов «Музыкально-теоретическая система Хайнриха Шенкера», М.: Композитор, 2006

новый текст, который собственно и подлежит дальнейшему анализу. Этот анализ может в свою очередь содержать еще одну редукцию. Покажем это на примере сложной трехчастной формы:

[исходный текст пьесы] =>⁶ a b a c d c a b a => A B A

Опишем теперь по пунктам основные требования к методам редукции, позволяющим формализовать процесс анализа:

1. Однозначность:

Каждый метод должен порождать не более одного производного текста. В случае возможности различных «интерпретаций» исходного текста следует «уточнить» или напротив, обобщить метод до однозначного «прочтения». В отличие от «человеческого» анализа как творческого процесса⁷, формальный анализ не может допускать разночтений.

2. Привязка к временным/метрическим позициям:

Коль скоро нас интересуют метрические закономерности, скрытые в музыкальном тексте, результатом редукции должна быть упорядоченная во времени последовательность символов с заданными позициями в метрической сетке. Особый случай таких последовательностей представляет изометрическая цепочка, т.е. цепочка, в которой подрядстоящие символы отстоят друг от друга на равные промежутки метрических единиц, например тактов, полутактов или двутактов. Именно такие (изометрические) последовательности мы и будем в дальнейшем рассматривать в качестве примеров, давших красивые, нетривиальные результаты. Заметим также, что традиционный музыкальный анализ в целом пытается ответить на вопросы «что?», «как?» и «почему?». Мы же, дополнительно к названным, не забываем также о вопросе «где?», причем отвечаем на него с максимально допустимой в музыке точностью, т.е. привязкой к метру в масштабах целого музыкального произведения.

3. Результативность, несводимость результатов к другим, известным закономерностям:

Любой научный метод, каким бы он ни казался странным и оторванным от сути явления, оправдывается своей результативностью. Выше мы приводили в качестве абсурдных попытки нахождения закодированного в музыкальном тексте числа Пи. Надо при этом помнить, что в случае, если бы этот абсурд подтвердился на практике и обладал бы хорошей

⁶ Операцию редукции и другие логические преобразования текста мы будем символически отображать с помощью знака следования '=>'

⁷ Такое понимание музыкального анализа подчеркивают, в частности, последователи Шенкера

статистикой, отрезающей путь к объяснению явления через случай, нам бы пришлось искать какое-то логическое объяснение такому «феномену». Под несводимостью найденных закономерностей к другим, более простым, т.е. исключением тривиальных результатов мы понимаем исключение из рассмотрения таких случаев, когда редукция не добавляет никакой дополнительной информации к уже имеющейся из предшествующих, более общих анализов. Например, мы построили потактовую гармоническую цепочку песни и оказалось, что она имеет куплетно-припевную структуру, при этом уже из общего анализа формы этот факт был нам известен, так как в припевах и куплетах повторялись не только гармонии, но и вся музыкальная ткань. В этом случае результат нашего гармонического анализа нулевой. И напротив, если бы оказалось, что в припеве песни используется та же гармоническая последовательность, что и в куплете (к примеру, данная в ритмическом увеличении), то результат был бы уже вовсе не тривиальным.

Общая, намеченная нами вкратце задача формализации музыкального анализа и описание ее методов является широкомасштабной программой и в рамках данной статьи не может быть исчерпывающе решена. Мы ограничимся здесь показом двух новых методов гармонической редукции⁸ и тех необычных, сингулярных результатов, которые можно получить при их помощи.

TSD-метод по Эрнё Лендваи⁹ и Альберту Симону¹⁰

Начнем с описания метода функциональной редукции, названного нами TSD-методом (TSD соответствует трем основным гармоническим функциям – тонике, субдоминанте и доминанте). Опишем его, сравнивая с традиционным функциональным анализом. Как известно, каждому аккорду можно поставить в соответствие одну из трех главных функций. В традиционном анализе при отклонении в другую тональность все функции «переписываются» в соответствии со ступенями этой новой тональности. При этом заметим, что сам Х.Риман, который, собственно, ввел в обиход этот метод гармонической редукции, неоднократно подчеркивает в своем фундаментальном труде «Vereinfachte Harmonielehre», что при любых отклонениях и модуляциях не следует забывать об основной тональности. Для отображения условности переписанных в новой тональности функций он брал весь участок отклонения в скобки, а перед скобками записывал функцию, к которой относится новая тональность. Следуя его логике и раскрывая скобки, как это делается в простой

⁸ Методы мелодической редукции и их результаты будут описаны в отдельной статье.

⁹ Ernő Lendvai – венгерский теоретик (1925-1993). Автор «осевой системы» гармонических замен. См. у В.Холоповой «О теории Эрнё Лендваи» М., 1972

¹⁰ Albert Simon – венгерский дирижер и теоретик. Его новаторские идеи (в т.ч. введение понятия «Tonfeld») были изложены в работах его учеников, в частности, Bernhard Haas «Die neue Tonalität».

арифметической операции, мы можем получить первоначальную функциональную цепочку относительно единой, основной тональности¹¹. Например, если произошло отклонение в доминантовую тональность и на этом участке в скобках стоит «Т», то мы, раскрывая скобки, получим вместо локальной тоники просто доминантовую функцию, т.е. «D». Эта условность, относительность функций на участках отклонений была нивелирована последователями Римана. Говоря «это тоническая функция в тональности субдоминанты», мы не должны забывать, что относительно основной тональности это просто субдоминанта. Запишем приведенные выше подстановки в виде простых формул:

$$d(T) = D; s(T) = S$$

Маленькие буквы перед скобкой, по обозначениям Римана, показывают тональность, в которую произошло отклонение. Соответственно доминанта в тональности субдоминанты и субдоминанта в тональности доминанты равны просто тонике:

$$d(S) = T; s(D) = T$$

Всё это довольно очевидные примеры. Ситуация усложняется, если мы рассматриваем доминанту к доминанте или субдоминанту в тональности субдоминанты.

$$d(D) = ?; s(S) = ?$$

Напомним одно из наших требований к методу редукции, а именно точность. Сентенция о двойственной природе двойной доминанты, обладающей чертами как доминантовой, так и субдоминантовой функции, для наших целей не приемлема. Нам необходимо четко определить замкнутую группу операций над исключительно тремя «буквами»-функциями, так, чтобы любая комбинация из $x(Y)$, где X и Y одна из трех функций, давала в результате одну из тех же трех функций.

В решении этой задачи нам поможет «осевая система» («das Achsensystem»), разработанная Эрнё Лендваи для гармонического анализа музыки Б.Бартока а также аналогичная ей система «тональных полей» («Tonfelder») разработанная Альбертом Симоном¹² для анализа гармонии

11 Тем самым нивелируется дополнительный иерархический уровень в гармонической структуре (участки отклонений и модуляций), который по сей день вызывает споры теоретиков на предмет точного определения границ участков. Без такого уравнивания, перевода гармонии в одномерную структуру был бы невозможен наш дальнейший формальный анализ.

12 Albert Simon – венгерский дирижер и теоретик. Его новаторские идеи (в т.ч введение понятия «Tonfeld») были изложены в работах его учеников, в частности, Bernhard Haas «Die neue Tonalität».

зрелого и позднего романтизма. По мнению Симона, в творчестве Шуберта, начиная с написания ф-ного трио В-dur происходит смена гармонической парадигмы. Подробнее см. статью мюнхенского проф. С.Порингера, Stefan Rohringer, «Tonalität in Franz Schuberts späten Sonatenformen» <http://www.gmth.de/zeitschrift/artikel/458.aspx> (2009). Мы приведем оттуда симоновскую схему, дающую однозначное соответствие между главной нотой аккорда/созвучия и одной из трех функций в заданной тональности, в данном случае, в тональности *b*.



Beispiel 1: »Funktionen« nach Simon mit *b* als einem Grundton der Tonika

Приведем также для сравнения таблицу функциональных «осей» по Лендваи (в тональности *C*, источник http://en.wikipedia.org/wiki/Axis_system):

Tonika		Subdominant		Dominant	
Primary ¹³	Secondary	Primary	Secondary	Primary	Secondary
<i>C</i> , <i>F#</i>	<i>A</i> , <i>D#</i>	<i>F</i> , <i>H</i>	<i>D</i> , <i>G#</i>	<i>G</i> , <i>C#</i>	<i>E</i> , <i>A#</i>

Легко заметить, что все тона, образующие малотерцовый круг, попадают в одну функциональную группу¹⁴. Так обобщается понятие параллелизма (параллельных тональностей). »Функции« в схеме Симона даны в виде квинт, задающих основу устоя. Терцовый тон пропущен специально, чтобы подчеркнуть индифферентность данного метода редукции к мажор/минорным различиям. С помощью такого четкого разделения главных тонов аккорда на функции мы можем легко ответить на вопросы, поставленные выше:

$$b(D) = ?; s(S) = ?$$

Для этого нам надо найти группу, в которую попадает доминанта в тональности доминанты: возьмем один из четырех доминантных тонов, например, первый (*G*) и построим от него доминанту (*D*). Тон *D* находится в группе субдоминант, таким образом

$$b(D) = S.$$

Продельвая то же самое для второй формулы, получим:

$$s(S) = D,$$

т.е. субдоминанта в тональности субдоминанты становится по Симону и Лендваи доминантой к основной тональности. В музыкальном произведении это можно представить

¹³ Лендваи разделял каждую «Ось»-функцию дополнительно на две «ветки», первичную и вторичную. Мы в статье не используем это разделение.

¹⁴ Симон использовал для обозначения этих групп понятие «Tonfeld», Лендваи – понятие «Achse» (нем. Ось).

себе следующим образом. Допустим, основная тональность до-минор, после отклонения в субдоминанту (фа-минор или мажор), локальная субдоминанта (си бемоль) является одновременно доминантой к Es-dur, т.е. параллельному мажору к основной тональности. В данном случае вполне понятно, почему доминанта к параллельной тональности рассматривается Симоном как просто доминанта. Сложней дело обстоит со второй низкой ступенью. Она по его схеме относится к доминантовой группе, что совсем не привычно для традиционного понимания неаполитанского секстаккорда как субдоминанты. С другой стороны, известная в джазовой гармонии тритоновая замена как раз переносит обычную доминанту 5-ой ступени на вторую низкую, оставляя при этом слышимую доминантную функцию. Выпишем для удобства в хроматический ряд все тона с их функциональной принадлежностью (по Лендваи и Симону) в тональности C.

$C=T, C_{is}=D, D=S, E_{s}=T, E=D, F=S, F_{is}=T, G=D, A_{s}=S, A=T, B=D, H=S.$

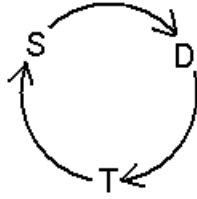
Обобщенная таким образом римановская функциональная редукция дает нам возможность каждой гармонии тонального произведения присвоить однозначную, легко определяемую функцию.

Для анализа Римана определенную трудность представляли гармонические секвенции. В «Vereinfachte Harmonielehre» он пишет о нефункциональной, мелодической природе гармонических секвенций и исключает их из функциональных схем. Как мы уже говорили, не в наших правилах делать исключения, поэтому попытаемся применить апробируемый нами TSD-метод на секвенциях. Возьмем для примера широко распространенную в барочной музыке «золотую секвенцию», в которой первые пять звеньев движутся по квинтовому кругу (тональность ля минор): a-moll -> d-moll -> G-dur -> C-dur -> F-dur ...

Подставим вместо каждого аккорда соответствующую функцию по таблице Лендваи:

$T \rightarrow S \rightarrow D \rightarrow T \rightarrow S$

Как видим, движение гармоний по квинтовому кругу дает непрерывно повторяющуюся последовательность функций (TSD TSD TSD...), другими словами, квинтовый круг, состоящий из всех 12 тонов хроматического ряда отображается в TSD-круг,



в котором мы, поднимаясь по малым терциям, переходим в последующие параллельные тональности. В реальных музыкальных произведениях, так же как и в приведенной золотой секвенции, обычно используется небольшая часть квинтового круга, но уже на ней хорошо можно видеть «заикливание» в соответствующем круге функциональном.

Отсюда и из вышеприведенных схем Лендваи и Симона следует один важный вывод: **функциональный TSD-цикл обладает симметрией**, равнозначностью функций относительно друг друга, аналогично квинтовому кругу. Поясним: о квинтовом круге можно сказать, что все пары подрядстоящих тонов относятся друг к другу одинаковым образом, т.е. отстоят друг от друга на квинту и могут соответствовать D-T или T-S переходу. В функциональном «малом» цикле, состоящем всего из трех букв, появляется еще одна пара букв, S-D, которая также равнозначна приведенным двум (D-T или T-S), т.е. описанная редукция приводит к тому, что соотношение субдоминанта-доминанта становится равным соотношению доминанта-тоники и тоники-субдоминанта. Добавляя понятие тяготения, можно сказать, что субдоминанта тяготеет в доминанту аналогично тому, как доминанта в тонику. Это видно также на примере с двойной доминантой, т.е. доминантой к доминанте, которая по системе Симона относится к субдоминантовой функции.

Перед тем, как уточнить детали редукции в различных сложных случаях (уменьшенные септаккорды, смена гармоний на органном пункте и пр.), разберем один простой, но красивый пример. Э.Лендваи создал «Achssystem» для гармонического анализа музыки Бартока. А.Симон разрабатывал свой «Tonfelder»-метод для описания гармонических процессов в музыке эпохи зрелого и позднего романтизма. Мы же апробуируем его на произведении эпохи барокко, хрестоматийной Маленькой прелюдии нр.2 C-dur из цикла «Двенадцать маленьких прелюдий» И.С.Баха.

2.

Попробуем поставить в соответствие каждому такту одну из трех гармонических функций. Так как гармония может меняться внутри такта (в этой пьесе такое происходит только в третьем и втором от конца такте), будем брать функцию только самой первой доли такта, как самой сильной. Это следует делать еще и потому, что нам необходима привязка к метрической сетке и метрическая равноудаленность подрядстоящих функций (см. выше об изометрических цепочках). Обратите внимание на такты 5,8 и 11, где двойная доминанта обозначена через функцию S, а также на 6-й такт, где параллельный минор (a-moll) обозначен через тонику T. Выпишем теперь в ряд полученные функции:

TSDTSDTSDTSDTSDT

Мы получили строго периодичную структуру, построенную на пятикратном прохождении TSD-круга. Напомним, что каждой букве соответствует первая доля каждого такта, таким образом, каждые три такта происходит повторение одной и той же последовательности функций (!). Здесь мы обнаруживаем четкую трехтактную периодичность, не имеющую объяснений в общей форме пьесы, где только первое построение (до темы в басу) длится 3 такта. Трехтактная функциональная периодичность здесь абсолютно автономна и не сводится к анализам по более общим критериям. Отообразим троичность с помощью операции группировки:

TSDTSDTSDTSDTSDT => (TSD) (TSD) (TSD) (TSD) (TSD) T => 3+3+3+3+3 + 1

Учитывая тот факт, что у круга все точки равнозначны, можно сгруппировать такты и таким образом: TSDTSDTSDTSDTSDT => T (SDT) (SDT) (SDT) (SDT) (SDT). Количество тактов в группе-цикле при этом останется равным трем, т.е. в обоих вариантах разбиения можно говорить о трехтактном пульсе.

Слушая пьесу и даже внимательно анализируя ее традиционными способами, мы никогда бы не обнаружили такой четкой периодичности, она совершенно скрыта логикой развития темы и сменой фактуры (например, остинато на доминантовом басу (после 8-ми тактов) или пассаж (после 13 т.) не попадают на границу гармонической тройки) и сами находятся в различных «троичных фазах» ($13-8=5$, число, не делящееся на 3). Заметим также, что общее число тактов $16=2^4$, образует «компенсационный квадрат» и никак не несет в себе намеков на троичность (см. термин «компенсационный квадрат», а также о связи степеней чисел общего числа тактов и длине периодов в «[Насколько крупным может быть музыкальный метр?](#)»).

В схемах мы используем следующие условные обозначения:

- фигурные скобки { } для объединения точных повторов. Пример: {TSDT TSDT TSDT}
- круглые скобки () для объединения частичных, варьированных повторов. Пример: (SDTS SDTT)
- цветные буквы и подчеркивание для выделения повторяющихся букв в частичных повторах. Пример: (TDDS TDDT). В случае, если повторяющаяся последовательность букв встречается в других местах (не подряд), она также выделяется соответствующим цветом. Пример (зеленые буквы): (SDTS SDTT) SSDD (TDDS TDDT) SDT
- жирный шрифт для выделения однородных участков. Пример: TTT SSS

Еще один простой пример функциональной периодичности, не совпадающей с членением формы, дает Прелюдия C-dur из ХТК I

TSDDTSDTTSDTSDTSSDDTSSDDTDDSTDDTSDT =>

{TSDT TSDT TSDT} (SDIS SDIT) SSDD (TDDS TDDT) SDT = 4+4+4+4+4+4+4+4+3

Первые 12 тактов представляют собой точное троекратное повторение функциональной последовательности из 4-х тактов (TSDT), т.е. квадрата. В следующих двух 4-тактах повторяются три из четырех функций (**SDTS SDTT**), продолжая квадратную периодичность. В следующих 4-х тактах (SSDD) повторы прерываются, но сразу после них следует 8 тактов (**TDDS TDDT**), где опять повторяются 3 из 4-х функций. В оставшихся до конца 3-х тактах вновь появляется повторяющаяся последовательность **SDT**. Таким образом квадратная (4-тактовая) периодичность, заданная в первых 12-ти тактах, прослеживается до конца прелюдии.

Интересно сравнить «скрытую» функциональную периодичность со «слышимым» членением формы (по крайним голосам и гармонии) первых 12-ти тактов прелюдии.

Шенкер разбивает по тактам следующим образом: 3+4+4+4+...

Часть шенкерской таблицы «J.S.Bach PRELUDE No.1 IN C MAJOR» из «Fuenf Urlinie-Tafeln». Маленькие цифры 1-,2-,3-,4- показывают номер такта в каждой группе членения. Первые три такта объединяются по Шенкеру в один большой такт (Dehnung – нем. Растягивание, расширение).

После 3-х тактов Шенкер выделяет начинающуюся в верхнем голосе 4-тактную секвенцию, построенную на скачках по квартам вверх и квинтам вниз (e-a-d-g), после которой черырехтактная квадратность не нарушается до конца прелюдии. Более традиционные следующие разбиения: 4+3+4+4+4+... или 4+4+3+4+4+. Во всех трех перечисленных вариантах членения квадратность нарушается в пределах первых 12-ти тактов, т.е. именно там, где в функциональной схеме квадратная периодичность самая очевидная (точное повторение четырех функций). Возможно этим достигается эффект завуалированности нарушения квадратности в «видимой» структуре. Здесь, как и в «Маленькой прелюдии», происходит несовпадение, смещение границ членения «слышимой» формы и функциональной периодичности. Отообразим это смещение графически (верхняя строчка, одно из традиционных дроблений, цифры – число тактов):

4	4	3	4	4	4	4	4	4
4	4	4	4	4	4	4	4	3

В данном примере несовпадение ограничивается смещением фазы. Позже мы увидим, что часто не совпадают не только фазы, но и сами длины периодов. Так, в большинстве сюитных танцев Баха (из клавирных, скрипичных и виолончельных сюит) наблюдается строгая квадратная «слышимая» структура (4+4+4+4+...), и одновременно с этим функции (по Лендвай и Симону) часто образуют троичную периодичность. Общий, собирательный случай такой (гипер-)полиметрии можно представить по следующей схеме:

4	4	4	4	4	4
3	3	3	3	3	3

Рассмотрим теперь детально алгоритм присвоения каждой гармонии одной из трех функций. Ключевым моментом в решении проблемы функции гармонических элементов является нахождение основного тона аккорда/интервала/созвучия. Наиболее последовательной в решении этой задачи нам представляется система Хиндемита¹⁵ и ее критика с последующим развитием у Ю.Холопова, изложенные в его статье «Проблема основного тона аккорда в теоретической концепции Хиндемита»¹⁶.

В элементарных аккордах (трезвучиях и септаккордах, построенных на чистых квинтах, и их обращениях) основной тон по Хиндемиту совпадает с «традиционным» основным тоном по терцовому расположению. Немного более сложный случай – септаккорд второй ступени в миноре: по Хиндемиту его основной тон находится не на второй, а на четвертой ступени (терцовый тон), т.к. именно она образует чистую квинту с первой (септовый тон). Интересно, что для редукции по Лендвай и Симону это различие не имеет принципиального значения: и тот, и другой тон (2-я и 4-я ступень) попадают в группу S.

Уменьшенный аккорд 7-й ступени «традиционно» попадает в доминантную группу, при этом ни один из его собственных тонов не является его основным тоном (по Хиндемиту).

Основной тон здесь – пятая ступень¹⁷, присутствующая в аккорде в виртуальном, смысловом

15 Paul Hindemith «Unterweisung im Tonsatz» 1940, Mainz

16 См сборник «Музыка и современность». Вып.1 М., 1962. стр.303-337.

17 Того же мнения по поводу основного тона уменьшенного септаккорда придерживался А.Шенберг (См Холопов «О трех зарубежных системах гармонии», стр.293, Москва, 1966)

виде. Учитывая симметрию уменьшенного септаккорда, а также возможности энгармонизма, заметим, что наряду с пятой ступенью, его основным тоном может стать любой другой тон, отстоящий на пол тона ниже любого из четырех его собственных тонов. Таким образом, группа его потенциальных основных тонов сама образует уменьшенный септаккорд, отстоящий от данного на полтона вниз. Теперь вспомним, что в симоновской схеме (см. выше) все тона, образующие малотерцовый круг, т.е., собственно говоря уменьшенный септаккорд, попадают в одну и ту же группу. Отсюда следует, что независимо от возможной энгармонической замены, уменьшенный септаккорд всегда попадает в одну и ту же симоновскую функциональную группу.



Последний «сложный» случай, который нам необходимо разобрать – смена гармоний на органном пункте, например: доминанта и субдоминанта на тоническом басу, двойная доминанта и тоника на доминантовом басу и т.п. Что в данном случае важнее, бас или аккорд, находящийся в гармоническом конфликте с басом? В случае, когда на *фоне* одного и того же баса меняются различные функции (как это происходит в представленной нами Маленькой прелюдии после 8-ми тактов), мы будем обращать внимание не на *фон*, а на то, что собственно меняется. Правильность такого подхода можно показать на гипотетическом приписывании тонического басового органного пункта на протяжении всей однотональной пьесы. Эта операция не введет нас в заблуждение относительно смен гармоний, а лишь добавит звучанию пьесы определенную фоновую окраску. Все функции останутся на своих местах. Противоположный случай представляет задержание, например, доминанта на тоническом басу на сильной доле с непосредственно следующим разрешением.

Покажем, как работает метод нахождения основного тона (по Хиндемиту) на примере прелюдии Шопена E-dur, где уже на уровне основных тонов, т.е. без использования последующей редукции функций по Симону, можно обнаружить интересную ритмическую периодичность, не совпадающую с квадратными предложениями пьесы (4+4+4).

Largo.

9.

Гармония здесь меняется почти на каждую четверть, поэтому мы будем находить основной тон гармонии для каждой четверти. В нотах мы выделили все места, где основной тон не совпадает с басом и дописали основной тон в аккордах, где он отсутствует (уменьшенные септаккорды в 7-ом и задержание в 4-ом такте). Выпишем теперь для удобства отдельно всю линию основных тонов, укрупняя длительности в случаях, когда основной тон не меняется от четверти к четверти.

Обращая внимание только на ритм смены основных тонов, можно заметить определенную ритмическую структуру: в первых трех тактах дважды повторяется ритм , в следующих трех тактах трижды повторяется ритм . Для выражения ритмической периодичности в целых числах возьмем за единицу не такт, а половинную длительность: $(3+3) + (2+2+2)$. Мы получили две группы по 3 такта, что уже не совпадает с квадратной формой прелюдии. Первый трехтакт к тому же делится на два полутора такта ($3+3$ в половинных длительностях). Последующие 6 тактов до конца (по длине – половина прелюдии) не обладают периодической структурой, тем не менее, само их число ($6=3*2$) продолжает троичную периодичность первых двух трехтактов. Границы смены ритмических групп здесь нигде не совпадают с границами квадратных предложений прелюдии и таким образом полностью автономны, несводимы к общей форме.

Вернемся теперь к описанию TSD-метода и принципов ритмического группирования функций на основе их повторов. На Маленькой прелюдии C-dur И.С.Баха мы показали пример «идеальной» троичной периодичности функций: (TSD) (TSD) (TSD) (TSD) (TSD) T. Такое точное повторение одной и той же последовательности «букв» на протяжении всей пьесы встречается крайне редко. Обычно повторяющиеся подряд стоящие отрезки встречаются в произведении локально (2-3 повтора). Далее они могут

- а) частично видоизменяться, сохраняя длину и бóльшую часть букв, а таким образом и саму периодичность.
- б) сменяться другими повторяющимися отрезками такой же длины (периодичность может временно нарушаться, восстанавливаясь через число метрических единиц, пропорциональное длине периода, например, при периоде в 3 такта – через 9 тактов,
- в) перебиваться участками из повторяющейся буквы. Часто структура образуется из однородных участков, состоящих из одной и той же буквы.

Здесь следует задаться вопросом, каков музыкальный смысл принципов группирования-членения, перечисленных выше. Разберем по отдельности каждый из перечисленных вариантов периодичности на примерах.

- а) дана последовательность букв: TSTTSDTSSSTSD. В таком «буквенном» представлении обнаружить какую-либо структурированность весьма трудно. Попробуем приписать каждой букве произвольную ноту, скажем: T=*do*, S=*re*, D=*mi*. Учитывая, что наша последовательность изометрична (буквы отстоят на равные временные/метрические промежутки), выберем единую для всех нот, удобную в отображении длительность, скажем

четверть.



В нотном представлении на оптическом уровне восприятия ситуация не слишком изменилась – что-то увидеть по прежнему трудно, но достаточно лишь «озвучить» эту короткую последовательность четвертей, и мы услышим, что каждые три ноты начинаются с одной и той же пары (до, ре = T,S), а последняя нота в каждой тройке варьируется, образуя как бы «скрытый голос». Заметим, что у нас не достаточно «информации» для определения «сильной доли» метра, но вполне достаточно, чтобы говорить о трехчетвертном пульсе (в общем случае, не привязанном к конкретной длительности – троичном пульсе).

Если мы теперь перепишем первоначальную буквенную последовательность, группируя буквы по 3 и выделяя повторяющиеся в каждой тройке буквы, то мы и в буквенной форме записи сможем увидеть периодичность:

(TST TSD TSS TSD) => 3+3+3+3

б) в одной пьесе может встречаться несколько участков локальной периодичности с равными или кратными длинами периода, отстоящих друг от друга на кратные длине периода промежутки:

{TSD TSD} TTDDTTSSDD {SDT SDT} STS => {3+3} + 9 + {3+3} + 3

Здесь два двукратных повтора {TSD TSD} и {SDT SDT} отстоят друг от друга на $9=3*3$ букв, число, кратное длине повторяющихся отрезков (TSD и SDT). Таким образом, троичная периодичность сохраняет свою «фазу» на протяжении всей пьесы (в качестве примера взята функциональная потактовая редукция сарабанды из Французской сюиты d-moll И.С.Баха). В дополнение обратим внимание, что после второго повторяющегося участка до конца последовательности остаются ровно 3 функции, что совпадает с длиной повторяющихся строк, таким образом период длиной в три такта укладывается в пьесе целое число раз.

в) Периодическая структура может образовываться из однородных участков, состоящих из одной и той же буквы (в схемах выделено жирным шрифтом):

TTTDDDTTTSTT => **TTT DDD TTT** STT => 3+3+3+3

(двутаковая функциональная схема по первым долям каждого двутакта Полонеза из

Французской сюиты E-dur И.С.Баха)

Членение на группы здесь вполне очевидно, а также хорошо прослушивается при воспроизведении функционального «остова» пьесы.

Для более глубокого понимания ментального процесса объединения в группы нам понадобится обратиться к гештальт-психологии¹⁸, области, в которой данному вопросу отводится особое место.

Один из элементарных принципов гештальт-психологии – закон группировки. В процессе восприятия человек пытается упорядочить элементы с помощью объединения в группы. Среди прочих известны два фактора, способствующие группировке элементов в целостные гештальты¹⁹: «фактор близости» и «фактор сходства». Приведем пример из музыки: секвенционное развитие мотива – секвенция воспринимается как группировка, как нечто целое. Если представить музыкальный отрывок, сплошь состоящий из различных секвенций и отобразить их с помощью повторяющихся букв, то мы получим наглядный пример группировок объектов по «фактору близости» и «фактору сходства» (в данном случае - тождества):

aaaabbbccccddddd группируется в (aaaa) (bbb) (cccc) (ddddd)

Аналогичным образом поступаем мы в описанном выше пункте в), где равные символы объединяются в группы. При детальном рассмотрении очевидно, что в пунктах а) и б) мы также делаем нечто подобное, только вместо одной буквы здесь берется повторяющаяся последовательность букв. Принципиальная разница здесь заключается в том, что в пунктах а) и б) пульс возникает внутри группы, задается длиной элементов группы, а в методе, описанном в пункте в) пульс складывается из длины целой группы, т.к. элементы здесь – отдельные буквы, соответствующие метрическим ячейкам, взятым нами за единицы измерения более крупных метрических процессов. Разумеется, и здесь можно говорить о более мелком пульсе, совпадающем с длиной метрической ячейки (такта, полутакта, двутакта), но для нашей темы это случай тривиальный. Покажем теперь на трех схемах различия между вышеописанными способами группирования:

а) TSTTTSTDTSTS => (TSTT TSTD TSTS) => 4+4+4

18 См. Koffka, K. (1922). "Perception: An introduction to the Gestalt-theory." Psychological Bulletin, v.19, p.531-585. Wertheimer, Max. 1924. "Gestalt Theory". Koffka K. Principles of Gestalt psychology. N.Y., 1935. а также <http://ru.wikipedia.org/wiki/Гештальтпсихология>

19 От нем. Gestalt – образ.

б) TSTDTSTDSSSD DTTS DTTS => {TSTD TSTD} SSSD {DTTS DTTS} => 4+4+4+4+4

в) TTTSSSDDDDDDTTT => **TTT SSS DDDDDD TTT** => 3+3+6+3 => 3+3+3*2+3

Связь с музыкальным восприятием в этих методах группирования легко обнаружить при помощи озвучивания подобных периодических последовательностей, как в виде отдельных нот равной длительности (см. выше), так и непосредственно в функциональном (гармоническом) виде, с помощью соответствующих аккордов равной длительности. В обоих случаях будет прослушиваться четкий пульс.

Таким образом, каждый из перечисленных способов группирования не является чем-то чисто формальным, отвлеченным от музыки. Напротив, каждая из групп, порожденных этими способами, а говоря точнее, границы каждой группы, вносят свой вклад в формирование функционального многотактового пульса. Именно граница, момент смены групп порождает пульс. Нас не должен вводить в заблуждение тот факт, что при прослушивании пьесы, где присутствует такой пульс, мы его не слышим – ведь многие общепризнанные в музыкальной теории факты не слышны «невооруженным слухом», и от этого их эстетическое воздействие не становится меньше.

Принцип группирования по повторам необходимо дополнить еще одним методом, а именно – поиском дистанцированных повторов, т.е. повторов, стоящих в строке не подряд. В этом случае мы учитываем, что «фактор близости» ослабевает и поэтому должен компенсироваться «фактором сходства». В нашем случае «фактор сходства» – это просто длина повторяющихся последовательностей букв. Мы не станем рассматривать повторение всего двух букв в начале и в конце цепочки – такого рода повторы случайны. В следующем примере обращает на себя внимание тоекратное повторение последовательности из 5-ти букв **DTDTT**

TST**DTDTT**T**DTDTT**SSSDTSSDTDSSD**DTDTT** (потактовая схема менуэта из Французской сюиты c-moll Баха. См. нотное приложение 35)

Здесь общая длина повторяющихся отрезков ($5 \times 3 = 15$ тактов) сопоставима с длиной всего менуэта (36 тактов). Первые два повтора последовательности отстоят друг от друга (от начала каждой) на расстоянии всего на единицу больше их собственной длины. Третье появление той же последовательности отстоит от начала второго на гораздо большую

дистанцию – 18 букв, сопоставимую с общей длиной цепочки (36 букв-тактов). Само по себе троекратное повторение такой относительно длинной последовательности в небольшой пьесе уже не может объясняться случайным совпадением. Полностью свести эти повторы к повторению материала также невозможно – первый и второй стоят в предложениях в совершенно разных позициях. Аналогичными можно назвать только первый и третий повторы – оба они заканчиваются кадансом (первый – параллельный мажор, третий – тоника), а также в них частично повторяется материал. Если же мы обратим внимание на метрические позиции каждого из повторов от начала пьесы, обнаружится нечто большее, чем просто многотактовый пульс, который мы уже видели на предыдущих примерах. Запишем последовательно позиции начал каждого повтора от начала пьесы:

3, 9, 27.

Переводя каждое число в каноническую форму²⁰, получим:

$$3, 9=3*3 = 3^2, 27=3*3*3 = 3^3$$

На наш взгляд, это проявление многоуровневой гиперметрической иерархии (подробней в статье [«Насколько крупным может быть музыкальный метр?»](#))

Перепишем теперь всю последовательность, отделяя все начала повторов строки **DTDTT**, а также других повторяющихся отрезков меньшей длины (**DTD** и **SSD**):

$$TST (\underline{DTDTT}|T \underline{DTDTT}S) \underline{SSD} TSS \underline{DTD} \underline{SSD} \underline{DTDTT} \Rightarrow 3+6+6+3+3+3+3+6$$

Теперь очевидна троичная периодическая структура, аналогичная предыдущим примерам. Разбирая данный пример, мы следовали важному принципу – поиску повторов максимальной длины как обладающих максимальным «весом». Взяв их за исходную точку, мы расширили группировки за счет более мелких повторов. Таков общий алгоритм поиска периодичностей по повторяющимся подстрокам.

Его можно также сравнить с лингвистическим методом по расшифровке текста на неизвестном языке. Классический метод предварительной обработки зашифрованного текста – поиск повторяющихся участков текста и составление словаря с частотами и позициями встречаемости каждого такого участка. Дальнейший анализ начинается с самых крупных и самых часто встречающихся последовательностей как наиболее релевантных для данного текста. В нашем примере словарь (в сокращении, указаны только позиции) выглядел бы так:

DTDTT: 3, 9, 27

SSD: 15, 19, 24

20 См. «Насколько крупным может быть метр»

DTD: 3, 9, 21, 27

TS: 0, 13, 18

и т.д.

Большая часть числовых значений позиций (все, кроме 13 и 19) делится на 3. Составляя словарь, мы пришли к тому же результату: функциональная последовательность обладает троичным пульсом, образуемым повторяющимися участками. Метод «словаря» более универсален и лучше поддается формализации. В компьютерной лингвистике давно существуют хорошо отлаженные программы для автоматического составления таких словарей из любого текста.

Из гештальт-психологии известно, что один и тот же объект, в зависимости от концентрирования внимания на отдельных его деталях, может складываться в сознании в различные образы. Вспомним знаменитую «Вазу и профиль».



В музыке такая полисемия явление не редкое. В рассматриваемых нами буквенных последовательностях тоже возможны «разночтения», т.е. обращая внимание на различные «группы по сходству», мы во многих случаях получим различные периодические структуры, где сама длина периода-пульса может быть разной. Для нашей задачи важно прежде всего определить, насколько каждый из вариантов «прочтения» нетривиален исходя из теории вероятности, т.е. насколько он «неслучаен» или наоборот, насколько он является «подгонкой» нашего сознания под заранее ожидаемую схему. При определенном «навыке» поиска можно найти что угодно и где угодно, именно поэтому нам потребуются объективные методы оценки наших «находок». Для такой оценки мы в ходе исследований применяли компьютерную программу, генерирующую случайные последовательности (около 10 млн.) заданной длины и простым эмпирическим путем определяли вероятность «попадания» на каждый из найденных нами случаев в реальной функциональной буквенной

последовательности. При этом, разумеется, учитывались все хоть сколько-нибудь подобные случаи, т.е. поиск и отбор велся не только по конкретным буквам, совпадающим с реальными, заданными, но и по самому «принципу» периодичности, а также по количеству повторов, не меньшему, чем в заданной цепочке. В ходе такой проверки выяснилось, что обычно не более, чем один из вариантов группирования последовательности дает нетривиальный результат. Другие варианты прочтения можно скорее отнести к случайным буквенным комбинациям, возможным в любой неструктурированной последовательности. Приведем пример из уже рассматриваемых: прелюдия C-dur из ХТК I, где мы раньше обнаружили четкую квадратную периодичность. Заметим, что в этой же последовательности букв имеется участок троичной периодичности:

TSDTTSDDT {TSD TSD} TSS DTTSSDDTDDSTDDTSDT

Очевидно, что вероятность возникновения почти точного трехкратного повтора из трех букв в середине цепочки, т.е. в любой ее позиции, весьма велика²¹, поэтому явления такого рода можно отнести к случайным. Даже визуальное сравнение двух вариантов группирования дает возможность увидеть, который из них более «неслучайный».

- 1) TSDTTSDDT {TSD TSD} TSS DTTSSDDTDDSTDDTSDT $\Rightarrow 8 + 3+3+3 + 17$
- 2) {TSDT TSDT TSDT} (SDTS SDT) SSDD (TDDS TDDT) SDT $\Rightarrow 4+4+4+4+4+4+4+4+3$

Благодаря тому, что с помощью такой оценки можно всегда из нескольких вариантов группирования выявить единственный нетривиальный, снимается проблема полисемии (в данном случае – метрической), весьма осложняющей любые попытки формального анализа. Таким образом выполняется наше требование однозначности редукции. Возможны и такие случаи, когда ни один из вариантов прочтения не является информационно ценным, т.е. все варианты относятся к разряду случайных буквенных комбинаций. Для точного определения границы значений вероятности, отделяющей ценные результаты от артефактов требуется расширение используемого нами математического аппарата. На данном этапе исследований мы условно полагаем эту границу равной 0.1, т.е. все варианты группирования, имеющие вероятность случайного возникновения меньше одной десятой, считаются нетривиальными. Значение 0.1 для нас весьма условно, т.к. в приведенных здесь примерах вероятность гораздо меньше²².

21 Вероятность здесь приблизительно равна 0,4

22 Для первого примера («маленькая прелюдия C-dur») вероятность равна $1/3^{13} = 1/1.594.323$

Теперь, обсудив особенности симоновской функциональной редукции, а также метода группировки букв-функций, разберем еще несколько примеров.

Прелюдия B-dur из ХТК I

потактовая схема, функции первой доли каждого такта.

TSTSDTDDSDTTSDTDDTST =>

находим повторяющиеся подстроки максимальной длины (см. выше «метод словаря»)

TSTSDTDDSDTTSDTDDTST

Повторение подстроки TSDTDD длиной в 6 букв в последовательности из 20-ти букв – явление нетривиальное (6+6=12, т.е. бóльшая часть букв)

сама подстрока TSDTDD обнаруживает внутри себя частичное повторение (две буквы из трех) – (TSD TDD) => 3+3

перепишем цепочку, используя найденные повторы:

TS (TSD TDD) SDT (TSD TDD) TST => 2 + (3+3)+3+(3+3+3)

В пьесе, где в общей форме нет и намека на трехтактовую структуру, мы обнаружили последовательную троичную периодичность функций.

Прелюдия G-dur из ХТК I

потактовая схема, функции первой доли каждого такта.

TDSTDTSDTSDDDSDTSDT =>

в цепочке присутствуют две группы точного повтора ({DTS DTS} и {SDT SDT}) и однородная группа **DDD**

TDST {DTS DTS} **DDD** {SDT SDT} => 4 + {3+3}+3+{3+3}

Этот пример в потактовой схеме аналогичен предыдущему.

Так как гармония в данной прелюдии меняется часто по полутактному пульсу, имеет смысл рассмотреть также и более подробную, полутактную схему:

TSDTSDTSDDTTSSDDTTSSDTDTDTSSDDTSSDDTTT =>

TS DTS DTS } {DDTTSS DDTTSS} DTDTDT {SSDDT SSDDT} TT =>

2+3+3+6+6+6+(5+5+2) = 2+3+3+6+6+6+(12)

Эта схема интересна тем, что уже знакомая нам периодичность по 3 и 6=3*2 сменяется в конце двумя пятерками {SSDDT SSDDT}, образуемыми точным повтором, т.е. наиболее

сильным фактором формирования периодичности. При этом обе пары точных повторов ($\{\text{DDTTSS DDTTSS}\} \Rightarrow 6+6$ и $\{\text{SSDDT SSDDT}\} \Rightarrow 5+5$) не содержат в себе видимого повторения материала. Накладывая потактовую схему на полутактовую, можно заметить, что неструктурированный начальный четырехтакт TDST потактовой схемы уже содержит в себе троичность на уровне полутактов: $\{\text{TS DTS DTS}\}$.

Описанная нами редукция по Э.Лендвай и А.Симону и ее «расширение» вовсе не претендуют на роль «более правильного» метода, чем традиционный, римановский анализ. Напомним, что наша цель – поиск нетривиальных метрических закономерностей. Соответственно и оценка методов делается исходя из результатов – анализируя те же пьесы традиционным способом, мы не обнаруживаем тех красивых периодичностей, которые мы показали выше с помощью нового метода.

ab-Метод

Во всех приведенных выше примерах мы рассматривали функции только первых, самых сильных долей каждой метрической ячейки (такта, полутакта и т.д.). Интересно также обратить внимание на то, что происходит непосредственно *перед* самой сильной долей, т.е. на самой *слабой* доле, которая более всех метрически тяготеет²³ в последующую сильную. В следующем примере мы приведем обе схемы (по самым сильным и по самым слабым долям) и сравним их.

Французская сюита d-moll, Sarabande

²³ См. о метрическом тяготении например в статье Харлапа «Тактовая система музыкальной ритмики», где используется понятие метрического "вводного тона"

Sarabande.

В каждом такте нотного примера присутствует две буквы: первая – в начале (на самой сильной доле), вторая – в конце такта (на самой слабой доле). Во многих, но не во всех тактах эти буквы совпадают.

TSD-схема по первым долям тактов:

TSDTSDTT|DDTTSDSDTSDTSTS =>

Легко обнаруживаются два участка подрядстоящих повторов {TSD TSD} в начале и {SDT SDT} за 3 такта до конца. Эти участки отстоят на $6=3*2$ тактов. Перед {SDT SDT} стоит частичный повтор SDD.

{TSD TSD} TT|DDTT (SDD {SDT SDT}) STS =>

{3+3} + 6 + (3+{3+3})+3: обнаружена трехтактная функциональная периодичность.

Рассмотрим теперь TSD-схему по **последним** долям тактов:

TSDTSDDDTDTTSDTSDTSDTDDT =>

Здесь, в отличие от схемы по первым долям, второй участок точных повторов расширен до девяти тактов {SDT SDT SDT}, а варьируемые повторы заполняют все оставшиеся «тройки»:

{TSD TSD} (DD|T DTT {SDT SDT SDT} DDT) =>

$\{3+3\} + (3+3+\{3+3+3\}+3)$: по концам тактов троичная периодичность еще более выражена, чем по началам (!) Этот пример является скорее исключением, и из него не следует делать вывод о большей важности слабых долей по сравнению с сильными. Тем не менее, отнести такую строгую глобальную периодичность к разряду случайных мы не можем. Еще раз подчеркнем, что она никак не следует из абсолютно квадратной структуры предложений пьесы (верхняя строка таблицы).

4			4			4			4			4			4								
TSD	3		TSD	3		DDT	3		DTT	3		SDT	3		SDT	3		SDT	3		DDT	3	

Интересно также обратить внимание на позиции тактов, где начальная функция **не совпадает** с конечной, слабой. Для наглядности выпишем в верхней строке таблицы каждую пару букв-функций, а в нижней условно обозначим буквой «а» все такты, где первая функция отличается от второй, и буквой «b» - где они равны:

TT	SS	DD	TT	SS	DD	TD	TD	DT	DD	TT	TT	SS	DD	DT	SS	DD	TT	SS	DD	TT	SD	TD	ST
b	b	b	b	b	b	a	a	a	b	b	b	b	b	a	b	b	b	b	b	b	a	a	a

Выпишем теперь всю ab-последовательность, образуемую чередованием двух типов тактов, в отдельную строку:

bbbbbbbaabbbbabbbbbbbaaa =>

Нетрудно заметить, что и здесь буквы упорядочены: их можно сгруппировать по однородным участкам:

bbbbbb aaa bbbbbb a bbbbbb aaa => 6+3+5+1+6+3

Вспомним теперь «словарный метод» и обратим внимание на повторяющиеся подстроки максимальной длины: здесь дважды (в самом начале и в самом конце) встречается последовательность «**bbbbbbbaaa**» длиной в 9 (!)²⁴ букв, разделяемая 6-ю буквами «**bbbbba**».

bbbbbb aaa bbbbbbba bbbbbb aaa => 6+3 + 6 + 6+3

Если мы попробуем в нотном тексте сравнить материал двух 9-тактов, мы не обнаружим ни одного параллельного участка: первый 9-такт начинается с началом первого периода, а второй 9-такт смещен на один такт влево от последнего восьмитактного периода. Таким образом ритм смены/удержания функций от начала к концу тактов образует совершенно независимую от общей формы периодическую структуру. Поиск такой структуры мы называем ab-методом²⁵. Обратим внимание, что внутри «статичных» b-тактов, где функции в

24 Вероятность такого «совпадения», с учетом позиции повтора в самом конце пьесы равна $1/512 \sim 0,002$, с повтором на произвольной из шести оставшихся до конца позиций – $6/512 \sim 0,017$

25 ab-метод можно сравнить в математике с нахождением производной от функции: в производной важны не сами значения функции, а их изменение. В нашем случае «производная» берется дискретно по каждому такту, по начальному и конечному значению функции в такте. Такты «b» - производная равна нулю (функция не меняется), такты «a» - производная не равна нулю (функция меняется)

начале и в конце совпадают, на промежуточных долях могут проходить самые различные функции. Мы в данном методе обращаем внимание только на крайние – самую первую и самую последнюю функцию в такте (или другой метрической ячейке). Такое разделение тактов на два типа («а» и «b») можно сравнить с разделением предложений в классическом периоде повторного строения: первое предложение обычно начинается с тонической функции и оканчивается неполным кадансом на доминанте (T->D, наш тип «а»), второе – начинается и заканчивается на тонике (T->T, тип «b») или также с классификацией периодов по тональному строению: *однотональный период* – начальная и конечная тональности совпадают (наш тип «b») и *модулирующий период* – начальная и конечная тональности различны (наш тип «а»). Конечно, в нашем случае речь идет о гораздо меньшем метрическом масштабе, но учтем, что наши анализы в основном ограничиваются музыкой Баха, где количество гармонических смен внутри такта иногда сравнимо с их количеством в простых классических периодах, где одна функция может держаться на протяжении 2–4 тактов.

В рамках данной статьи мы не сможем дать исчерпывающее теоретическое обоснование ab-метода. Отдавая себе отчет в его условности, искусственности, скажем, что пока он является для нас экспериментальным. Мы попытаемся подтвердить правомочность ab-метода результатами его применения, показ которых мы сейчас и продолжим.

Позиции **bbabbb**: 0^{26} , $15=3*5$, $27=3*3*3$

Повтор выделенных синим цветом букв (**aabaaa** и **aababa**) соответствует повтору материала в параллельном мажоре и поэтому является для нас тривиальным, но если учесть, что в обеих позициях строк (**aabaaa** и **aababa**) непосредственно после них следует **bbabbb**, уже не связанное с повтором материала, это дает нам почти точный повтор подрядстоящих 12-ти (!) букв: (**aabaaa bbabbb aababa bbabbb**)

После 27-го такта цепочка становится более однородной – из оставшихся 12-ти тактов, только два имеют тип «а». Расстояние между позициями этих тактов, нарушающих монотонность цепочки, равно $9=3*3$.

Исходя из найденных повторов, легко увидеть общую троичную периодичность:

bbabbb bab (**aabaaa bbabbb aababa bbabbb**) =>

bba bbb bab aab **aaa** **bba bbb** aab aba **bba bbb** bbb **bbab**

Последние **bbab** выделены, так как являются по сути неполным повтором **bbabbb**.

Все 40 тактов пьесы образуют по ab-схеме сквозную троичную периодичность.

(см Нотное приложение)

Общая форма: $32 + 32 = 64 = 2^6$ такта. Все более мелкие построения также квадратны.

Потактовая ab-схема (для удобства чтения длинные однородные последовательности заменены на одну заглавную букву и число ее повторений, т.е. вместо aaaaaaaa, пишем (A8)):

baaab(A8)b(A8)b(A8)b|(A6)baabaabaab(A10)baaaab =>

Обращает на себя внимание тоекратный повтор 9-буквенного участка **b(A8)**:

{b(A8) b(A8) b(A8)}²⁷, а также четырехкратный повтор «aba»: **{aba aba aba aba}**

b aaa {b(A8) b(A8) b(A8)} b|(A5) **{aba aba aba aba}** (A9) **baaaab =>**

$1 + 3 + \{9+9+9\} + 6 + \{3+3+3+3\} + 9 + 6$

Все 64 такта пьесы образуют по ab-схеме сквозную троичную периодичность.

Из показанных примеров можно заключить, что **троичность** играет особую роль в ритме

26 Отсчет позиций начинается с нуля по принципу, описанному в статье «Насколько крупным может быть метр»

27 Вероятность случайного возникновения такого рода повтора на произвольной позиции пригл. равна 0,00015

смен функций (TSD-схемы) а также в ритме более «абстрактных», производных аб-схем.

Действительно, доля **троичных** периодических последовательностей в построенных нами схемах сюитных танцев и некоторых других пьес И.С.Баха весьма велика, но среди TSD- и аб-схем встречаются также и другие периодические структуры с длиной периода в 5 или 7 метрических ячеек.

Бах, Гавот I из Французской увертюры

Gavotte I.

Общая форма: $8+16 = 24$ такта. Все предложения квадратные.

Аб-схема:

аабаааба|ббааабаабааабabb =>

попытки обнаружить периодические TSD- и ab-структуры в музыке эпохи классицизма дали (опять же за редким исключением) отрицательный результат.

Такая большая разница в статистике между двумя эпохами на наш взгляд объясняется различным местом и значением гармонии по отношению к другим музыкальным средствам: в барокко, где еще остаются пережитки модальности, гармония не является в такой степени формообразующей, как в классицизме, где форма и гармония неразрывно связаны (классический период, сонатная форма). Можно сказать, что в музыке барокко гармония, осознав себя, как самостоятельное средство выразительности, развивается по своим собственным, внутренним законам (отсюда и функционально-метрические периодичности, не обусловленные общей формой и структурой предложений). В основе показанных нами методов гармонической редукции лежат системы Лендваи и Симона, предназначенные для анализа музыки, сочиненной гораздо позже, во время, когда гармония вновь обретает свободу (но уже на качественно новом уровне). Возможно именно благодаря этому раскрепощению гармонии, тот вид малотерцового и тритонового родства аккордов (параллелизм в расширенном смысле), открытый Лендваи, становится более заметным уже в музыке позднего Шуберта (по Симону) и совсем очевидным у Бартока, Мессиаана²⁹, а также в джазовой музыке.

В начале статьи мы поставили задачу разработки методов формального анализа музыкального текста с целью его дальнейшей автоматизации. В этом контексте наша тема примыкает к исследованиям, ведущимся в области «компьютерной музыки» и «математической теории музыки», в частности теории Г.Маццола (Guerino Mazzola). Созданная его научным коллективом компьютерная программа «Rubato» и ее многочисленные модули (Rubettes, в т.ч. Harmony-Rubette) могли бы стать хорошим вспомогательным средством для автоматизации методов, описанных в нашей статье.

В нашей статье мы сознательно не пытались делать далеко идущие обобщения, т.к. методы, описанные в ней являются экспериментальными. Тем не менее мы надеемся, что в будущем, после того, как эти методы войдут в широкий арсенал аналитических инструментов теоретиков, появятся и достаточно исчерпывающие теории, объясняющие возникновение тех, на наш взгляд, удивительных, упорядоченных структур, которые мы попытались здесь показать.

барокко, в частности Г.Перселла (клавирные сюиты), где были найдены периодические структуры, аналогичные показанным в статье.

29 См. гл. «Аккордовые гроздья» в «Техника моего письма» О.Мессиаана

Нотное приложение

Бах, Французская сюита c-moll, Menuetto.

Функциональная редукция по первым долям каждого такта. Повторения частей не учитываются (переход сразу на вторую вольту).

Menuet.

В схеме две части разделены вертикальной чертой (после восьми первых букв-тактов).

TSTD TDTT | TDTDTTSSSDTSSDTDSSDDTDTT =>

TST DTD TT|T DTD TTS SSD TSS DTD SSD DTD TT => 3+3+3+3+3+3+3+3+3+3+2

трижды в одной фазе, т.е на расстоянии, кратном числу 3 проходит блок DTD TT

Позиции блока DTD TT от начала цепочки: 3, 9=3*3, 27=3*3*3

Бах, Финал сонаты для флейты и клавесина h-moll.

ab-схема тактами:

baaab(A8)b(A8)b(A8)|aaaaabaabaabaaba(A9)baaab =>

b aaa {b(A8) b(A8) b(A8)} b(A5) {aba aba aba aba} (A9) baaab =>

1 + 3+ {9+9+9} +6+ {3+3+3+3} +9+6 = 64

Allegro.

The image shows a musical score for the finale of the Sonata for Flute and Cello in A minor by J.S. Bach. The score is in 16/16 time and consists of five systems of two staves each. The notation includes various rhythmic patterns and dynamic markings 'a' and 'b'. The first system starts with a treble clef and a key signature of one flat. The tempo is marked 'Allegro.' The score is written for two staves, likely representing the flute and cello parts. The notation includes various rhythmic patterns and dynamic markings 'a' and 'b'.

First system of musical notation, consisting of three staves (treble, middle, and bass clefs). The music is in a key with two sharps (F# and C#) and a 3/4 time signature. The first two staves contain a complex melodic line with many slurs and ties. The bass staff provides a rhythmic accompaniment. The letter 'a' is written below the first two staves in each of the three measures.

Second system of musical notation, consisting of three staves. The notation continues from the first system. The letter 'a' is written below the first two staves in each of the three measures.

Third system of musical notation, consisting of three staves. The notation continues. The letter 'b' is written below the first staff, and the letter 'a' is written below the second and third staves in each of the four measures.

Fourth system of musical notation, consisting of three staves. The notation continues. The letter 'a' is written below the first two staves in each of the three measures.

Fifth system of musical notation, consisting of three staves. The notation continues. The letter 'a' is written below the first two staves in the first two measures, and the letter 'b' is written below the third staff in the third measure.

First system of a piano score. It consists of three staves: a treble staff with a melodic line, a middle staff with a rhythmic accompaniment, and a bass staff with a bass line. The music is in a key with two sharps (F# and C#) and a 3/4 time signature. The first two measures of the middle staff are marked with a lowercase letter 'a'.

Second system of the piano score. It continues the three-staff format. The middle staff has a lowercase letter 'a' under the first measure and another 'a' under the second measure.

Third system of the piano score. The middle staff has a lowercase letter 'a' under the second measure and another 'a' under the third measure. The bass staff has a lowercase letter 'b' under the first measure and another 'b' under the fourth measure.

Fourth system of the piano score. The middle staff has a lowercase letter 'a' under the first measure, another 'a' under the second measure, and a lowercase letter 'b' under the third measure. The bass staff has a lowercase letter 'a' under the first measure, another 'a' under the second measure, and a lowercase letter 'b' under the third measure.

Fifth system of the piano score. The middle staff has a lowercase letter 'a' under the first measure, another 'a' under the second measure, and a lowercase letter 'b' under the third measure. The bass staff has a lowercase letter 'a' under the first measure, another 'a' under the second measure, and a lowercase letter 'b' under the third measure.

First system of a musical score. It consists of three staves: a treble clef staff at the top, a middle staff with a treble clef, and a bass clef staff at the bottom. The music is in 4/4 time and features a complex, rhythmic melody in the treble clef staff. The middle and bass clef staves provide accompaniment. The letter 'a' is written below the middle staff in the first, second, and third measures.

Second system of a musical score. It consists of three staves: a treble clef staff at the top, a middle staff with a treble clef, and a bass clef staff at the bottom. The music continues with a complex, rhythmic melody in the treble clef staff. The middle and bass clef staves provide accompaniment. The letter 'a' is written below the middle staff in the first, second, and third measures.

Third system of a musical score. It consists of three staves: a treble clef staff at the top, a middle staff with a treble clef, and a bass clef staff at the bottom. The music continues with a complex, rhythmic melody in the treble clef staff. The middle and bass clef staves provide accompaniment. The letter 'a' is written below the middle staff in the first, second, and third measures.

Fourth system of a musical score. It consists of three staves: a treble clef staff at the top, a middle staff with a treble clef, and a bass clef staff at the bottom. The music continues with a complex, rhythmic melody in the treble clef staff. The middle and bass clef staves provide accompaniment. The letter 'b' is written below the middle staff in the first measure, and the letter 'a' is written below the middle staff in the second and third measures.

Fifth system of a musical score. It consists of three staves: a treble clef staff at the top, a middle staff with a treble clef, and a bass clef staff at the bottom. The music continues with a complex, rhythmic melody in the treble clef staff. The middle and bass clef staves provide accompaniment. The letter 'a' is written below the middle staff in the first and second measures, and the letter 'b' is written below the middle staff in the third measure.

Английская сюита A-dur, Courante

Courante I.

ab-схема по тактам:

aaabababab|bababbabab =>

aaaba { babab babab babab } =>

5+5+5+5

Материал второй и последней 5-ки совпадает (тривиальный повтор), что нельзя сказать о третьей 5-ке.

TSD-схема по последним долям тактов:

DSTDDTDDSD|DSDDTSTDDT=>

DS ({TDD TDD} {SD|D SDD}) TSTDDT => 2 + ({3+3}+{3+3})+6

В отличие от ab-схемы, здесь троичная периодичность.

И.С.Бах, Партита для клавира В-dur, Courante

Общая форма: 28+32=60 тактов

TSD-схема:

TTTDTTSSDSTSSDSTSDDTTSSDDDDTD|DDDDTDTSDTSSSDTSDTTTSSDDTDSDTTTTST =>

TT (TDTTS SDTTS SDSTS DDTTS) {DDDDT DDDDT} (DTSDT SSSDT) (SDTTT SDDTD SDTTT)

TST =>

2 + 5+5+5+5+5+5+5+5+5+5+5 + 3

В следующих двух примерах из произведений крупной формы (соната и концерт) рассматриваются только начальные такты, в которых структура пока еще не определяется общей формой произведения.

Бетховен, Соната для скрипки и ф-но нр.9, ч.1

TSD-схема тактами:

вступление:

TDTTTDSDTSDSDDDDSSS => TDTTTD SDT SDS DDD SSS

начало presto (первые 42 такта):

{SDTDTTDDT SDTDTTDDT} SDT {TDT TD|T} TTT [3x4:DDDD TTTT DDDD] =>

{9+9}+3+{3+3}+3+[3*4]

Начатая во вступлении троичная периодичность, продолжается в presto.

Бах, концерт для скрипки с оркестром а-moll, ч.2

начало, TSD-схема полутактами:

TSDTTDTDTTSDTSDTTDTSD|DTTDTSD|DTSD... =>

TSD TTD TDT {TSD {TSD} TTD TSD TTD}...

Бах, ХТК II, Прелюдия и фуга G-dur

TTTDDDSTDSTSDSD|DDTTTSSDSDTTSSTSDSDDTSDTDTSDTTDT =>

TTT DDD (STD STS) DDS D|DD TTT SSD SDT {TSD TSD} SDDTSD (TDT SDT TDT) =>

3+3+(3+3)+3+3+3+3+{3+3}+6+(3+3+3)

Фуга:

TTSTDTDDDTDTDDTTSTDTDTDDTTTSSDDTTSTSTDDDTDTDDTTSSDDTTSSDDTTTSD

DTTTSTSTTT =>

Бах, Двухголосная инвенция a-moll

TSD-схема полутактами (крупные группы повторов записаны в столбик для наглядности):

TTTTTSDTTDSTTTTTTSDTTDSTTDDTSDTTSDTTTTDDTSDTTTDDDDT =>

{TTTTTSDTTDST

TTTTTSDTTDST}

(TDDTSDTTSDTTT

TDDTSDTTTDDDT) =>

{12+12}+(13+13)

Если совпадение первых и вторых 12-ти полутактов можно объяснить частичным повторением материала, то последующее почти точное повторение функций 13-ти полутактов совершенно независимо от общей формы инвенции.